Site web : www.devoir.tn page : www.facebook.com/devoir.tn	*Nombres complexes*

Lycée Menzel Ennour Monastir	2017--2018	4 ème Math, Tech et sc	**Chortani Atef**

Exercice 1

Soient les nombres complexes Z= $\sqrt{2}$ -i $\sqrt{6}$ et Z'=1+i

1) Donner la forme trigonométrique de Z et Z'.

2) a) Donner la forme trigonométrique de ZZ'.

b) Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{\pi}{12}$) et sin($\frac{\pi}{12}$) .

3) a) Donner la forme trigonométrique de $\frac{Z'}{Z}$.

b) Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{7\pi}{12}$) et sin($\frac{7\pi}{12}$) .

Exercice 2

Soit θ un réel de $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right[$

Soients les nombres complexes $a = (\sqrt{3}+i)e^{i\theta}$ et $u = (\sqrt{3}-i) + (\sqrt{3}+i)e^{i\theta}$

1) Donner la forme exponentielle de a.

2) Montrer que $u = 4\cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{6}\right)e^{i\frac{\theta}{2}}$ (On rappelle que pour tout réel α ; $2\cos\alpha = e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}$)

3)Pour $\theta = \frac{\pi}{6}$, déduire les valeurs exactes de cos($\frac{\pi}{12}$) et sin ($\frac{\pi}{12}$)

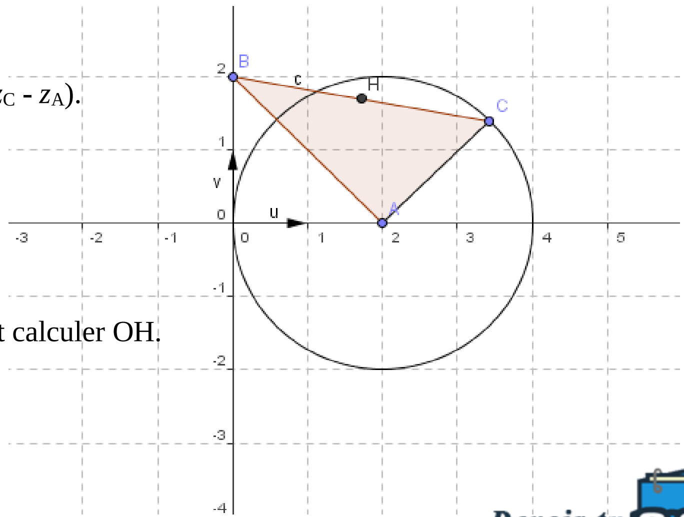
Exercice 3

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$, on donne un triangle ABC rectangle en A, un cercle (C) de centre A et de rayon 2 et le point H milieu de [BC] (Voir figure ci dessous).

1) Donner la forme cartésienne des affixes z_A et z_B des points A et B.

2) Soit z_C l'affixe du point C.

a) Déterminer graphiquement $|z_C - z_A|$ ainsi que arg $(z_C - z_A)$.



b) Déduire alors que $z_C = 2(1+e^{\frac{i\pi}{4}})$

c) Donner la forme exponentielle de z_C .

3) Prouver que l'affixe z_H de H est égal à $(1+\sqrt{2})e^{\frac{i\pi}{4}}$ et calculer OH.

Exercice 4

1) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points

M_1 , M_2 et M_3 d'affixes respectives $e^{i\theta}$,$1-ie^{i\theta}$ et $(i-1)e^{i\theta}$.

a) Quel est l'ensemble décrit par M_1 lorsque θ varie dans l'intervalle I.

b) Soit N un point du plan d'affixe $ie^{i\theta}$.

Montrer que OM_1N est un triangle isocèle, rectangle en O et direct.

c) Vérifier que le quadrilatère OM_1NM_3 est un parallélogramme.

d) En déduire une construction du point M_3 à partir de M_1.

2) Soit A le point du plan d'affixe 1.

a) Montrer que $1-ie^{i\theta}=2\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}$.

b) Vérifier que le quadrilatère $ONAM_2$ est un parallélogramme.

c) Trouver θ pour que les périmètres des quadrilatères OM_1NM_3 et $ONAM_2$ soient égaux.

d) Vérifier, dans ce cas, que le quadrilatère $M_1M_2M_3N$ est un trapèze isocèle.